

# Prüfungsprotokoll Mathematik

Fach: Wissenschaftliches Rechnen (Scientific Computing)  Bachelor  Master

Studiengang: Mathematik

(Sonstiges bitte von Hand eintragen.)

Prüfer/in: Jürgen Fuhrmann

Beisitzer/in: René Kehl

Datum: 29.03.2017

Note: 1,0

Prüfungsdauer: 25 min

Anzahl der Kandidaten: 1

Vorbereitungszeit: 12 Tage

Literatur: Folien der Vorlesung; Stroustrup: C++; Saad: Iterative methods for sparse linear systems; Varga: Matrix Iterative Analysis; Ern, Guermond: Theory and Practice of Finite Elements (alles Literatur aus der VL)

Beurteilung der Prüfung und des/r Prüfers/in: Sehr nette und entspannte Prüfung. Herr Fuhrmann lässt einen sehr frei reden, stellt manchmal Zwischenfragen und leitet zu anderen Themen über, René hat auch manchmal was gesagt. Relevante Gleichungen muss man aufschreiben. Es wurde überhaupt nicht gedrängelt. Manchmal wusste ich nicht, was ich alles erzählen soll und ob das gerade richtig war. Es war oft nicht sehr tiefgehend.

Fragen:

- Heat equation mit homogenen Dirichlet-Randbedingungen als Einstieg: Frage war, wie ich das mit  $P^1$  Finiten Elementen in 2D jetzt umsetzen würde:
  - Habe angefangen, frei zu erzählen (Variationsgleichung aus partieller Integration, Räume dazu erklärt, Bilinearform eingeführt, vom unendlich-dim. zum endlich-dim. Raum  $V_h$ , Galerkin-Methode ausführlich erklärt, Steifigkeitsmatrix  $A$ , wollen sie sparse und daher Funktionen mit kompaktem Träger, ...)
  - 2x Zwischenfrage: Existenz und Eindeutigkeit einer Lösung? (Lax-Milgram erklärt), was gilt für die Approximation  $u_h \in V_h$ ? (Lemma von Céa mit Abschätzung erklärt)
- Wie berechnet man gesamte Steifigkeitsmatrix, bisher sind wir ja nur auf einem FE? (erst lineare FE erklärt, Basisfunktionen, baryzentrische Koordinaten erklärt, Einheitsdreieck und affine Trafo, lokale und globale Freiheitsgrade, dann Assemblierung der globalen Matrix aus lokalen Matrizen, ...)
- Wie löst man das Problem, wenn in der heat eqn.  $\lambda(x)$  statt  $\lambda$  steht? (keine konstanten Koeffizienten, Quadraturformeln, habe Trapezregel erwähnt)
- Was gilt für die Steifigkeits-Matrix  $A$  und wieso? (SPD, wegen der selbstadjungierten Bilinearform)
- Wie löst man das diskrete Gleichungssystem dann?
  - Hier wieder frei geredet: Erklärt, wo es herkommt (Minimierung eines quadratischen Funktionals), wie CG-Verfahren abläuft, Methode des steilsten Abstiegs mit gut gewählten Suchrichtungen, A-Orthogonalität, energy norm, ...
  - Frage zur Konvergenz: Konvergiert in  $n$  Schritten, Konvergenzabschätzung über Konditionszahl  $\kappa(A)$  (aufschreiben)

- Wie kann man die Konvergenz verbessern? (Präkonditionierer für  $A$  verwenden)
- Wie löst man das System von vornhin mit den  $\lambda(x)$ ? Nichtlineares System, mit Newton-Verfahren, kurz Newton-Verfahren erklärt (aus Fixpunkt-Iteration, Linearisierung über lin. Operator, Jacobimatrix)
- Themensprung zur Parallelisierung: Rechnerarchitektur, Grundparadigmen (MIMD und SIMD erklärt, distributed/shared memory, Threads und MPI erwähnt, wie Threads funktionieren mit gleichem Adressraum, lock/unlock, Mutex-Variable erklärt, Deadlocks)